Homework
Trigonometric Limits

1. Determine the value of each limit, if it exists.

   a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 5x}{x}$

   b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 6x}{\cos 4x}$

   c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan x}{4x}$

   d) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin^3 2x}{\sin^3 3x}$

   e) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^3}{\tan^3 2x}$

   f) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2\tan^2 x}{x^2}$

   g) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 3x}{x}$

   h) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x}{7x}$

   i) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 5x}{\sin 6x}$

   j) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 6x}{6}$

   k) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin^2 3x}{x^2}$

   l) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan x}{4x}$

2. a) Evaluate $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x}{\sin\dfrac{x}{2}}$.

   b) Describe how you evaluated the limit in part a).

3. Determine each limit.

   a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin ax}{\sin bx}$

   b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan x - \sin x}{x\cos x}$

   c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos x}{x}$

   d) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x}{\tan x}$

   e) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin^2 x\cos x}{1-\cos x}$

   f) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos x}{\tan x}$

   g) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 2x}{2x^2 + x}$

   h) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2\sin x - \sin 2x}{x\cos x}$

   i) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 2x}{x^2}$

   j) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos^2 x}{x^2}$

   k) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 2x}{5x^2}$

   l) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan 3x}{3\tan 2x}$

4. a) Evaluate $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x}{x + \sin x}$.

   b) Describe how you evaluated the limit in part a).

5. Determine each limit.

   a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin\dfrac{x}{5}}{x}$

   b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 3x}{5}$

   c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x\cos x}{x}$

   d) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin^2 x}{x\cos x}$

   e) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)}{x}$

   f) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2\tan^2 x}{x^2}$

   g) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 2x}{x}$

   h) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan 6x}{2x}$

   i) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos 2x - 1}{2x^2}$

Answers:

1. a) 5 b) 0 c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{8}{27}$ e) $\frac{1}{8}$ f) 2

   g) 3 h) $\frac{1}{7}$ i) $\frac{5}{6}$ j) 0 k) 9 l) $\frac{1}{4}$

2. a) 2 b) Answers will vary.

3. $\frac{a}{b}$ b) 0 c) 0 d) 1 e) 2 f) 0 g) 2

   h) 0 i) 2 j) 1 k) $\frac{2}{5}$ l) $\frac{1}{2}$

4. a) $\frac{1}{2}$ b) Answers will vary.

5. a) $\frac{1}{5}$ b) 0 c) 1 d) 0 e) 1 f) 2 g) 0

   h) 3 i) −1